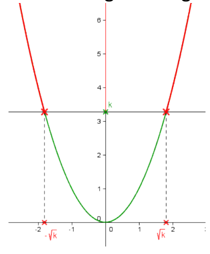
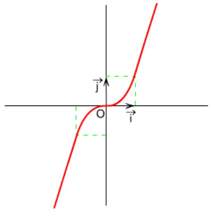
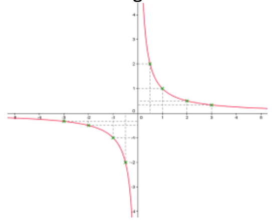
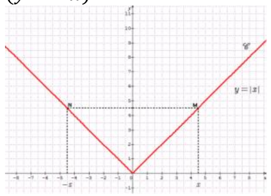
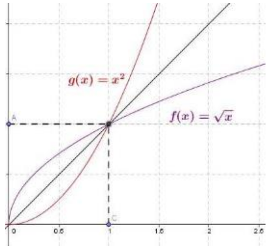
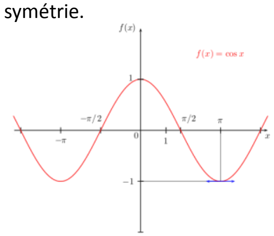
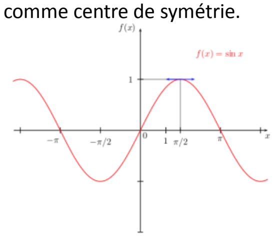
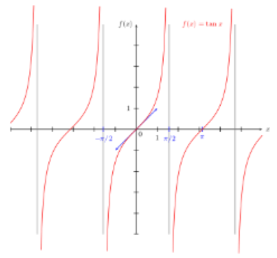
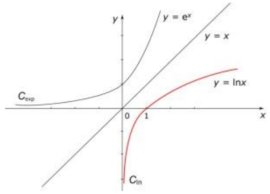
Les fonctions de référence – tableau de synthèse

Fonction	Ensemble de définition	Symétries Périodicité	Propriétés algébriques	Limites	Dérivée et sens de variation	Signe et extrema	Courbe représentative
Affine $\boldsymbol{f : x \mapsto ax + b}$	$\mathbb{R}$	RAS	Linéarité $f(\lambda x_1 + x_2) = \lambda f(x_1) + f(x_2)$	$\lim\limits_{x \mapsto \infty} (ax + b)$ $= \text{sgn}(a)\infty$	Sur $\mathbb{R}$: $f'(x) = a$ Si $a = 0$, f constante sur $\mathbb{R}$ Si $a > 0$, f croissante sur $\mathbb{R}$ Si $a < 0$, f décroissante sur $\mathbb{R}$	$ax + b = 0 \iff x = -\frac{b}{a}$. Du signe de a sur $]-\infty\,; -\frac{b}{a}]$ et du signe de $-a$ sur $[-\frac{b}{a}\,; +\infty[$. Pas d'extrema sur $\mathbb{R}$.	Droite de coefficient directeur a et d'ordonnée à l'origine b. Croise l'axe des abscisses en $x = -\frac{b}{a}$.
Carré $\boldsymbol{f : x \mapsto x^2}$	$\mathbb{R}$	La fonction carrée est paire	Identités remarquables : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$\lim\limits_{x \mapsto \pm\infty} x^2 = +\infty$	Sur $\mathbb{R}$: $f'(x) = 2x$ f est décroissante sur $]-\infty; 0]$, croissante sur $[0; +\infty]$ $(u^2)' = 2u'u$	$x^2 = 0 \iff x = 0$ $x^2 > 0$ sur $\mathbb{R}^*$. Minimum égal à 0 en $x = 0$.	Parabole ouverte vers le haut de sommet égal à l'origine. 
Cube $\boldsymbol{f : x \mapsto x^3}$	$\mathbb{R}$	La fonction cube est impaire	Cube d'une somme : $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	$\lim\limits_{x \mapsto -\infty} x^3 = -\infty$ $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} x^3 = +\infty$	Sur $\mathbb{R}$: $f'(x) = 3x^2$ f est croissante sur $\mathbb{R}$. Point d'inflexion à l'origine. $(u^3)' = 3u'u^2$ Généralisation ($n \geq 1$): $(u^n)' = nu'u^{n-1}$	$x^3 = 0 \iff x = 0$. $x^3 < 0$ sur $]-\infty; 0[$. $x^3 > 0$ sur $]0; +\infty[$. Pas d'extrema sur $\mathbb{R}$.	Cubique centrée sur l'origine. 
Inverse $\boldsymbol{f : x \mapsto \frac{1}{x}}$	$\mathbb{R}^*$	La fonction inverse est impaire	L'inverse d'un nombre positif (non nul) est positif. L'inverse d'un nombre négatif (non nul) est négatif.	$\lim_{x \mapsto \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$. Asymptote horiz. $(y = 0)$ en $\pm\infty$ $\lim_{x \mapsto 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$ et $\lim_{x \mapsto 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ Asymptote vert. $x = 0$.	Non dérivable en 0. Sur $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$. f est croissante sur $]-\infty\,; 0[$ et sur $]0\,; +\infty[$. $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$	Ne s'annule jamais. $\frac{1}{x} < 0$ sur $]-\infty\,; 0[$. $\frac{1}{x} > 0$ sur $]0\,; +\infty[$. Pas d'extrema sur $\mathbb{R}$.	Hyperbole centrée sur l'origine. 

Fonction	Ensemble de définition	Symétries Périodicité	Propriétés algébriques	Limites	Dérivée et sens de variation	Signe et extrema	Courbe représentative
Valeur absolue $f : x \mapsto \lvert x\rvert$ **telle que** $\lvert x\rvert = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$	$\mathbb{R}$	La fonction valeur absolue est paire : $\lvert -x\rvert = \lvert x\rvert$	$\lvert a \times b\rvert = \lvert a\rvert \times \lvert b\rvert$; $\left\lvert\frac{a}{b}\right\rvert = \frac{\lvert a\rvert}{\lvert b\rvert}$ Inégalité triangulaire : $\lvert a+b\rvert \leq \lvert a\rvert + \lvert b\rvert$	$\lim\limits_{x \mapsto \pm\infty} \lvert x\rvert = +\infty$	La fonction valeur absolue n'est pas dérivable en 0. Sur $]-\infty\,;0[$ $f'(x) = -1$ donc décroissante et sur $]0\,;+\infty[$ $f'(x) = 1$ donc croissante.	$\lvert x\rvert = 0 \iff x = 0$ $\lvert x\rvert > 0$ sur $\mathbb{R}^*$. Minimum égal à 0 en $x = 0$.	Deux demi-droites $(y = x)$ et $(y = -x)$: 
Racine carrée $f : x \mapsto \sqrt{x}$ **Tel que** $(\sqrt{x})^2 = x$ **Réciproque de la fonction carrée**	$[0; +\infty[$	RAS	$\sqrt{0} = 0$; $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{a^2} = \lvert a\rvert$ Pour tout $a \geq 0$ et $b > 0$ $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$; $\sqrt{\frac{1}{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}}$; $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	$\lim\limits_{x \mapsto +\infty} \sqrt{x} = +\infty$	La fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0. Sur $]0\,;+\infty[$ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. La fonction racine carrée est croissante sur $]0\,;+\infty[$. $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\sqrt{x} = 0 \iff x = 0$ $\forall x > 0, \sqrt{x} > 0$. Minimum égal à 0 en $x = 0$.	
Cosinus $\cos : x \mapsto \cos(x)$ **(abscisse du point** M **du cercle trigonométrique repéré par l'angle** x**)**	$\mathbb{R}$	La fonction cosinus est paire $\cos(-x) = \cos(x)$ et 2π-périodique	$\cos(a+b) = \cos(a)\ \cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$ $\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)$	Pas de limites en $\pm\infty$	Sur $\mathbb{R}$: $\cos'(x) = -\sin(x)$ cos est croissante sur $[-\pi; 0]$ cos est décroissante sur $[\pi\,; 2\pi]$ $(\cos(u))' = -u' \sin(u)$	$\cos(x) = 0 \iff x = \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ Sur $]-\frac{\pi}{2}\,;\frac{\pi}{2}[$, $\cos(x) > 0$. Sur $]\frac{\pi}{2}\,;\frac{3\pi}{2}[$, $\cos(x) < 0$. $\forall x \in \mathbb{R} :\ -1 \leq \cos(x) \leq 1$	Sinusoïde admettant l'axe des ordonnées comme axe de symétrie. 
Sinus $\sin : x \mapsto \sin(x)$ **(ordonnée du point** M **du cercle trigonométrique repéré par l'angle** x**)**	$\mathbb{R}$	La fonction sinus est impaire $\sin(-x) = -\sin(x)$ et 2π-périodique	$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$ $\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$ $\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$	Pas de limites en $\pm\infty$	Sur $\mathbb{R}$: $\sin'(x) = \cos(x)$ sin est croissante sur $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ sin est décroissante sur $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ $(\sin(u))' = u' \cos(u)$	$\sin(x) = 0 \iff x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ Sur $]0\,;\pi[$, $\sin(x) > 0$. Sur $]\pi\,;2\pi[$, $\sin(x) < 0$. $\forall x \in \mathbb{R} :\ -1 \leq \sin(x) \leq 1$	Sinusoïde admettant l'origine comme centre de symétrie. 

Fonction	Ensemble de définition	Symétries Périodicité	Propriétés algébriques	Limites	Dérivée et sens de variation	Signe et extrema	Courbe représentative
Tangente $\tan : x \mapsto \tan(x)$ $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$	$\mathbb{R} - \{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$	La fonction tangente est impaire $\tan(-x) = -\tan(x)$ et 2π −périodique	$\tan(a+b) = \frac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)}$ $\tan(a-b) = \frac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)}$	Pas de limites en $\pm\infty$ $\lim_{x\mapsto\frac{\pi}{2}^-} \tan(x) = -\infty$ $\lim_{x\mapsto\frac{\pi}{2}^+} \tan(x) = +\infty$ Asymptotes verticales en $x = \pm\frac{\pi}{2}$	Sur $\mathbb{R} - \{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ $\tan'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$ $\tan'(x) = 1 + \tan^2(x)$	$\tan(x) = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ Sur $]0\,; \frac{\pi}{2}[$, $\tan(x) > 0$. Sur $]-\frac{\pi}{2}\,; 0[$, $\tan(x) < 0$. Pas d'extrema sur $\mathbb{R}$.	
Exponentielle $\exp : x \mapsto e^x$	$\mathbb{R}$	RAS	$e^0 = 1$ $e^{a+b} = e^a \times e^b$; $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$ $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$; $(e^a)^n = e^{na}$	$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$ Pour $n > 0$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$ $\lim_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$	Sur $\mathbb{R}$: $\exp' = \exp$ exp est croissante sur $\mathbb{R}$ $a = b \Leftrightarrow e^a = e^b$ $a < b \Leftrightarrow e^a < e^b$ $(e^u)' = u'e^u$	$\forall x \in \mathbb{R} : e^x > 0$	
Logarithme Népérien $\ln : x \mapsto \ln(x)$ tel que $e^{\ln(x)} = x$ **Réciproque de la fonction exp.**	$]0\,;+\infty[$	RAS	$\ln(1) = 0\,; \ln(e) = 1$ $\forall x \in \mathbb{R} : \ln(e^x) = x$ $\forall a, b > 0$: $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$ $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)\,; \ln\frac{a}{b} = \ln a - \ln b$ $\ln(a^n) = n\ln(a)$; $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\ln(a)$	$\lim_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty$ $\lim_{x\to0^+} \ln(x) = -\infty$ Pour $n > 0$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0$ $\lim_{x\to0^+} x^n \ln(x) = 0$	Sur $]0\,;+\infty[$: $\ln'(x) = \frac{1}{x}$ ln est croissante sur $]0\,;+\infty[$ $\forall a, b > 0$: $a = b \Leftrightarrow \ln(a) = \ln(b)$ $a < b \Leftrightarrow \ln(a) < \ln(b)$ $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$	$\ln(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. $\ln(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]1\,;+\infty[$ $\ln(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]0\,;1[$ Pas d'extrema sur $\mathbb{R}$.	
Logarithme Décimal $\log : x \mapsto \log(x)$ tel que $10^{\log(x)} = x$ **Réciproque de la fonction $x \mapsto 10^x$.**	$]0\,;+\infty[$	RAS	$\log(1) = 0\,; \log(10) = 1$ $\forall x \in \mathbb{R} : \log(10^x) = x$ (+ mêmes propriétés que le ln)	(idem ln)	(idem ln)	(idem ln)